一个简单的数学题题解

考虑 $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{i}[gcd(j,i)=1]F(j)$

不妨交换两个求和符号的位置

$\sum_{j=1}^{n}F(j)\sum_{i=j}^{n}[gcd(j,i)=1]$

此时显然可枚举 j 对于每个 j 计算 $\sum_{i=j}^{n}[gcd(j,i)=1]$

，F(j) 暴力计算即可

对于每个 j，不妨设 j = p1^k1 * p2 ^ k2 ... pn^kn，pi为质数

这里采用容斥原理，不妨枚举 j 的 2 ^ (j的质因子个数) 个子集，做容斥来计算 [1,n]中与 j 互质的数的数量

如计算 [1,10]中与6 互质的数的数量，即 10 / 1 - 10 / 2 - 10 / 3 + 10 / 6 = 4，实际上这是数论中欧拉函数的一般形式

又 2 * 3 * 5 * 7 * 11 * 13 * 17 > 1e5，1e5内的数最多有7个质因子

故计算 $\sum_{i=j}^{n}[gcd(j,i)=1]$ 的复杂度为O(2 ^ 7),总体复杂度为 O(2^7 * n * log(n)),并且这个复杂度上界很松

到此问题解决

时空限制放的比较宽，不卡常数，正确实现即可通过本题 =w=